INFINITY-Jurnal Matematika dan Aplikasinya (*IJMA*)

Volume 1 | Nomor 1 | Agustus | 2020

Analisis Model SIR (*Susceptible Infected Recovered*) Dalam Penyebaran Penyakit Kanker Serviks Di Kota Palopo

Noor Azirah Amri[1], Yuliani[2]

Corespondensi Author

[1]Universitas Cokroaminoto Palopo, Fakultas Sains, Palopo, Indonesia

[2]Universitas Cokroaminoto Palopo, Fakultas Sains, Palopo, Indonesia

[1][Email: noorazirah28@gmail.com]
[2][Email: yulimath2507@gmail.com]

Kata Kunci:
Kanker serviks, Model SIR, Titik Keseimbangan, Nilai Eigen

Abstrak. Penelitian ini bertujuan untuk mengetaui analisis model SIR (*Susceptible infected recovered*) dalam penyebaran penyakit kanker serviks di Kota Palopo. Model epidemik SIR membagi populasi menjadi tiga kelompok yaitu, kelompok individu yang sehat tetapi dapat terinfeksi penyakit (*susceptible*), kelompok individu yang terinfeksi (*infected*), dan kelompok individu sembuh (*recovered*). Data yang digunakan adalah data sekunder yaitu mengenai jumlah masyarakat Kota Palopo yang rentan, terinfeksi, dan sembuh dari penyakit kanker serviks. Data diperoleh dari Dinas Kesehatan Kota Palopo. Data yang diperoleh kemudian dianalisis sehingga memperoleh titik keseimbangan dan uji kestabilan titik keseimbangan. Selanjutnya, dilakukan simulasi numerik menggunakan aplikasi *MAPLE* untuk mengetahui tingkat penularan kanker serviks di Kota Palopo. Dari hasil analisis model SIR penyebaran kanker serviks di Kota Palopo diperoleh 2 titik keseimbangan dimana hanya ada satu titik keseimbangan yang stabil yaitu $TE_1 = \left(\frac{K}{\mu}, 0,0\right)$ memiliki sistem yang stabil asimptotik karena seluruh bagian dari nilai eigen bernilai positif. Nilai dari $R_0 = 0.915032681$ sehingga $R_0 < 1$ yang artinya titik keseimbangan bebas penyakit kanker serviks atau penyakit kanker serviks di Kota Palopo dapat sembuh.

PENDAHULUAN

Penyakit kanker merupakan salah satu dari berbagai jenis penyakit yang mematikan di dunia. Pemicu munculnya kanker akibat pertumbuhan sel yang tidak normal yang berkembang secara cepat di dalam tubuh manusia. Kanker merupakan istilah umum dari tumor ganas (Ulfah, 2016). Salah satu dari banyaknya kanker yaitu penyakit kanker serviks.

Kanker serviks (kanker mulut rahim) adalah kanker primer dari serviks yang berasal dari metaplasia epitel di daerah sambungan skuamo kolumnar (SSK) yaitu daerah peralihan mukosa vagina dan mukosa kanalis servikalis. Penyakit ini merupakan jenis kanker kedua terbanyak yang diderita wanita di seluruh dunia, biasanya menyerang wanita berusia 35-55 tahun (Sulistiowati dkk, 2014). Penyebab primer kanker leher rahim adalah infeksi kronik leher rahim oleh satu atau lebih virus HPV (*Human Papiloma Virus*) tipe onkogenik yang berisiko tinggi menyebabkan kanker leher rahim, ditularkan melalui hubungan seksual (*sexually transmitted disease*). Selai itu Virus HPV ini sangat mudah berpindah dan menyebar, tidak hanya melalui hubungan seksual dan pertukaran cairan tubuh, tapi juga bisa berpindah melalui sentuhan kulit (Ulfah, 2016).

Berdasarkan kasus tersebut perlu adanya penanganan untuk mencegah penularan dari kanker serviks. Model matematika merupakan salah satu cara untuk menganalisi model penyebaran kanker serviks. Salah satu model matematika yang dapat digunakan yaitu model matematika SIR (*Susceptible Infected Recovered*). Ilmuan W. O. Kermack dan A. G. Mckendrick menemukan sebuah model matematika penyebaran penyakit yaitu model epidemik SIR (*Susceptible Infected Recovered*) pada tahun 1927 (Li dan Ma, 2009). Model ini cocok digunakan pada penyebaran peyakit karena model SIR membagi populasi menjadi tiga kondisi sehingga memudahkan peneliti dalam meganalisis model. Adapun model SIR (*Susceptible Infected Recovered*) yaitu, *susceptible* (S) adalah kondisi individu yang sehat tetapi dapat terinfeksi penyakit, *infected* (I) adalah kondisi individu yang terinfeksi serta dapat menularkan penyakit dan *recovered* (R) adalah kondisi individu yang telah sembuh dan kebal dari penyakit (Sari, 2014). Model ini digunakan untuk memperoleh 1 titik ekuilibrium bebas penyakit yang dapat menjamin kestabilan dari model (Puspitasari, 2018). Berdasarkan hal tersebut, untuk menganalisis bagaimana model penyakit kanker serviks di Kota Palopo dapat dilakukan dengan menggunakan metode SIR (*Susceptible Infected Recovered*).

METODE

Jenis penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah jenis penelitian kuantitatif dengan pendekatan deskriptif. Dimana dalam penelitian ini menggambarkan penyebaran kanker serviks di Kota Palopo yang dapat diketahui dari analisis model SIR yang dilakukan.

Data yang digunakan yaitu data sekunder. Data yang digunakan diambil dari Dinas Kesehatan Jl. Aggrek No. 17 Kel. Tompotika Kec. Wara Kota Palopo. Data yang digunakan yaitu, jumlah individu rentan terkena penyakit kanker serviks (S), jumlah individu terinfeksi kanker serviks (I), jumlah individu sembuh dari kanker serviks (R), tingkat kelahiran individu (K) dengan rentang $0 \leq K \leq 1$, tingkat kematian alami individu (μ) dengan rentang $0 \leq \mu \leq 1$, tingkat penularan dari individu terifeksi (β) dengan rentang $0 \leq \beta \leq 1$, dan tingkat kesembuhan individu terinfeksi (γ) dengan rentang $0 \leq \gamma \leq 1$. Penelitian ini dilaksanakan di Laboratorium Komputasi Kampus 2 Universitas Cokroaminoto Palopo Jl. Lamaranginang.

Prosedur penelitian yang diterapkan dijabarkan sebagai berikut, pertama menentukan titik keseimbangan dari model dan parameter yang digunakan, kemudian menganalisi titik keseimbangan, setalah itu melalukan simulasi numerik menggunakan aplikasi MAPLE pada model berdasarkan nilai parameter dari data dan interpretasi hasil dari simulasi yang diperoleh.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dari hasil analisis diperoleh model matematika untuk individu yang sehat dan dapat terinfeksi penyakit ditunjukkan pada persamaan berikut ini:

$f = \frac{dS}{dt} = K - \mu S - \beta SI$ .... (1)

Model matematika untuk individu yang terinfeksi dan dapat menularkan penyakit ditunjukkan pada persamaan berikut ini:

$g = \frac{dI}{dt} = \beta SI - \mu I - \gamma I$ .... (2)

Model matematika untuk individu yang telah sembuh dari penyakit ditunjukkan pada persamaan berikut ini:

$h = \frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R$ .... (3)

Titik keseimbangan diperoleh dengan meninjau sistem pada keadaan stagnan, serta dibuat dalam posisi konstant terhadap waktu yaitu kondisi dimana $\frac{dS}{dt} = 0, \frac{dI}{dt} = 0, dan\ \frac{dR}{dt} = 0$. Dengan demikian persamaan (1), (2), dan (3) dapat ditulis:

$K - \mu S - \beta SI = 0$ .... (4)

$\beta SI - \mu I - \gamma I = 0$ .... (5)

$\gamma I - \mu R = 0$ .... (6)

Dari persamaan (4), (5), dan (6) diperoleh 2 titik keseimbangan sebagai berikut:

$TE_1 = \left(\frac{K}{\mu}, 0,0\right)$ .... (7)

$TE_2 = \left(\frac{\gamma+\mu}{\beta}, \frac{K\beta-\gamma\mu-\mu^2}{\beta(\gamma+\mu)}, \frac{\gamma(K\beta-\gamma\mu-\mu^2)}{\beta(\gamma+\mu)}\right)$ .... (8)

Menganalisis kestabilan titik keseimbangan suatu sistem dilakukan dengan melihat nilai eigen (*Eigenvalues*). Matriks Jacobian dari sistem adalah sebagai berikut:

$$MJ = \begin{bmatrix} -\beta I - \mu & -\beta S & 0 \\ I\beta & S\beta - \gamma - \mu & 0 \\ 0 & \gamma & -\mu \end{bmatrix}$$

Nilai eigen dapat dicari dengan melihat determinan dari matriks jacobian (MJ) yang telah dievaluasi terhadap titik keseimbangan sebagai berikut:

Untuk $TE_1 = \left(\frac{K}{\mu}, 0,0\right)$

$$(-\mu - \lambda)\left(\frac{K}{\mu}\beta - \gamma - \mu - \lambda\right)(-\mu - \lambda) = 0$$

Dengan demikian diperoleh nilai eigen (λ) yaitu;

$\lambda_1 = -\mu$

$\lambda_2 = (R_0 - 1)(\gamma + \mu)$ .... (9)

$\lambda_3 = -\mu$

Untuk $TE_2 = \left(\frac{\gamma+\mu}{\beta}, \frac{K\beta-\gamma\mu-\mu^2}{\beta(\gamma+\mu)}, \frac{\gamma(K\beta-\gamma\mu-\mu^2)}{\beta(\gamma+\mu)\mu}\right)$

$$\left[\left(-\beta\left(\frac{K\beta-\gamma\mu-\mu^2}{\beta(\gamma+\mu)}\right) - \mu - \lambda\right)\left(\left(\frac{\gamma+\mu}{\beta}\right)\beta - \gamma - \mu - \lambda\right)(-\mu - \lambda)\right] - \left[(-\mu - \lambda)\left(-\beta\left(\frac{\gamma+\mu}{\beta}\right)\right)\left(\left(\frac{K\beta-\gamma\mu-\mu^2}{\beta(\gamma+\mu)}\right)\beta\right)\right] = 0$$

Misalkan;

$a = \beta\left(\frac{K\beta-\gamma\mu-\mu^2}{\beta(\gamma+\mu)}\right) - \mu, b = \left(\frac{\gamma+\mu}{\beta}\right)\beta - \gamma - \mu\ ,\ c = \beta\left(\frac{\gamma+\mu}{\beta}\right),\ d = \left(\frac{K\beta-\gamma\mu-\mu^2}{\beta(\gamma+\mu)}\right)\beta$

maka;

$[(-a-\lambda)(b-\lambda)(-\mu-\lambda)]$
$-[(-\mu-\lambda)(-c)(d)] = 0$
$-\lambda^3 - \lambda^2(p_2) - \lambda(p_1) + p_0 = 0$ .... (10)

Karena yang ingin dikendalikan adalah populasi yang menyebarkan penyakit kanker serviks maka;

$$R_0 = \frac{\beta}{(\mu+\gamma)} \quad .... (11)$$

$R_0 < 1$ terjadi apabila $\beta < \mu + \gamma$ sedangkan $R_0 > 1$ terjadi apabila $b > \mu + \gamma$. Hal yang ingin dicapai yaitu kondisi $R_0 < 1$ sehingga $\beta < \mu + \gamma$ dan tingkat kematian (μ) harus diturunkan. Untuk itu, hal yang perlu dilakukan yaitu melakukan penyembuhan serta pengobatan bagi penderita penyakit kanker servks yaitu meningkatkan laju kesembuhan (γ) dan menurunkan laju penularan (β).

Dalam penelitian ini digunakan beberapa variabel dan parameter. Berikut data yang digunakan dalam analisis model disajikan dalam bentuk tabel 1 berikut:

Tabel 1. *Data Pasien Kanker Servik Kota Palopo Tahun 2019*

Variabel	Jumlah	Satuan
S	72	orang
I	16	orang
R	16	orang
N	104	orang

Sumber: Dinas Kesehatan Kota Palopo

Tingkat kematian dapat dihitung berdasarkan angka harapan hidup masyarakat Kota Palopo. Menurut data dari Badan Pusat Statistik Kota Palopo, angka harapan hidup masyarakat Kota Palopo adalah 70 tahun. Dari data pada tabel 1, diperoleh nilai parameter yaitu sebagai berikut:

$\beta(t) = \frac{I}{N} = \frac{16}{104} = 0.153846154$
$\gamma(t) = \frac{R}{N} = \frac{16}{104} = 0.153846154$ .... (12)
$K(t) = \frac{S}{N} = \frac{72}{104} = 0.692307692$
$\mu(t) = \frac{1}{70} = 0.014285714$

Simulasi dilakukan dengan memberikan nilai parameter pada model untuk menjelaskan kondisi penyebaran penyakit yang akan ditampilkan dalam bentuk kurva. Bedasarkan tabel 1. dan persamaan (12) diperoleh nilai variabel dan parameter dapat dilihat pada tabel 2 berikut.

Tabel 2*. Simulasi Nilai Variabel dan Parameter*

Parameter	Nilai	Satuan
S	72	Orang
I	16	Orang
R	16	Orang
μ	0.014285714	Orang/hari
K	0.692307692	Orang/hari
β	0.153846154	Orang/hari
γ	0.153846154	Orang/hari

Sumber: Data simulasi (2019)

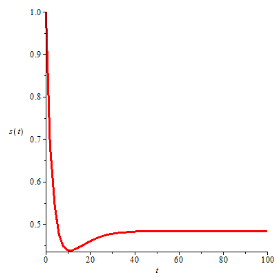
Berdasarkan persamaan (11), bilangan reproduksi dasar (R_0) dari sistem dengan

nilai parameter pada Tabel 2 maka diperoleh:
$R_0 = \frac{\beta}{(\mu+\gamma)}$
$R_0 = 0.915032681$
Karena bilangan reproduksi dasar dari simulasi ini bernilai lebih kecil dari 1, maka titik keseimbangan sistem bersifat stabil asimptotik.
Untuk melihat kestabilan titik keseimbangan TE_1 dapat dilihat pada persamaan (9) substitusi nilai parameter pada tabel 2 maka diperoleh:
$\lambda_1 = -0.014285714$
$\lambda_2 = -0.0142857141$
$\lambda_3 = -0.014285714$
Karena $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ bernilai negative maka $R_0 < 1$,sehingga titik kesetimbangan atau $TE_1 = \left(\frac{K}{\mu}, 0,0\right)$ bersifat stabil asimtotik.

Sedangkan untuk melihat kestabilan titik keseimbangan TE_2 dapat dilihat pada persamaan (10) dimana;
$-\lambda^3 + 0.6216260876\lambda^2 - 0.1135996094\lambda + 0.001493073617 = 0$
$(-\lambda + 0.0142252814197)$
$(-\lambda + 0.1908942545)$
$(-\lambda + 0.4165065517)$ .... (13)
Dari persamaan (13) maka diperoleh nilai λ yaitu:
$\lambda_1 = 0.014225281419754$
$\lambda_2 = 0.1908942545$
$\lambda_3 = 0.4165065517$
Karena seluruh nilai eigen bernilai positif maka dapat disimpulkan bahwa titik keseimbangan $TE_2 = \frac{\gamma+\mu}{\beta}, \frac{K\beta-\gamma\mu-\mu^2}{\beta(\gamma+\mu)}, \frac{\gamma(K\beta-\gamma\mu-\mu^2)}{\beta(\gamma+\mu)}$ bersifat tidak stabil.

Dari kedua titik keseimbangan yang diperoleh, salah satu titik keimbangan stabil yaitu $TE_1 = \frac{K}{\mu}, 0,0$, dimana titik keseimbangan tersebut stabil asimptotik.

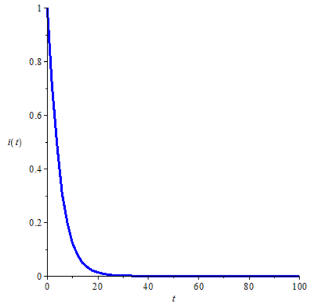
Kurva untuk individu yang rentan terkena penyakit kanker serviks pada wakut t $(S\ (t))$ dapat dilihat pada gambar 1 berikut:



***Gambar 1**. Kurva individu yang rentan terkena penyakitkanker serviks (S)*

Dari gambar 1 di atas dapat dilihat kondisi pada waktu t = 0, proporsi individu rentan adalah 1 ini sesuai dengan kondisi awal yang diberikan kemudian akan mengalami penurunan hingga tahun ke-10 kemudian mengalami peningkatan hingga tahun ke-23. Pada tahun ke-23, proporsi individu rentan tidak terjadi lagi perubahan. Pada kondisi tersebut, garis kurva berada pada keadaan stagnan atau sistem stabil. Jumlah proporsi individu rentan pada keadaan stabil yaitu 0.4846.

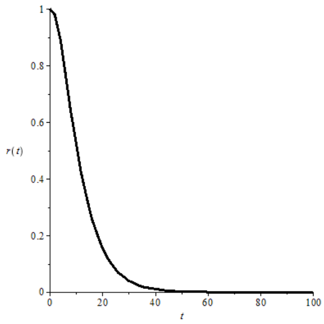
Kurva untuk individu yang terinfeksi kanker serviks pada waktu t $(I\ (t))$ dapat dilihat pada gambar 2 berikut:



***Gambar 2**. Kurva individu yang terinfeksi kanker serviks (I)*

Dari gambar 2 diatas dapat dilihat kondisi pada waktu t = 0, proporsi individu terinfeksi penyakit adalah 1 ini sesuai dengan kondisi awal yang diberikan kemudian akan mengalami penurunan hingga tahun ke-21. Pada tahun ke-21, proporsi individu terinfeksi penyakit tidak terjadi lagi perubahan. Pada kondisi tersebut, garis kurva berada pada keadaan stagnan atau sistem stabil. Jumlah proporsi individu terinfeksi penyakit pada keadaan stabil yaitu 0.

Kurva untuk individu yang sembuh dari kanker serviks pada waktu t $(R\,(t))$ dapat dilihat pada gambar 3 berikut:



***Gambar 3**. Kurva individu yang sembuh dari kanker serviks (R)*

Dari gambar 3 diatas dapat dilihat kondisi pada waktu t = 0, proporsi individu sembuh adalah 1 ini sesuai dengan kondisi awal yang diberikan kemudian akan mengalami penurunan hingga tahun ke-41. Pada tahun ke-41, proporsi individu sembuh tidak terjadi lagi perubahan. Pada kondisi tersebut, garis kurva berada pada keadaan stagnan atau sistem stabil. Jumlah proporsi individu sehat pada keadaan stabil yaitu 0.

KESIMPULAN

Model SIR (*Susceptible-Infected-Recovered*) dalam penyebaran penyakit kanker serviks di Kota Palopo memiliki dua titik keseimbangan yaitu $TE_1 = \left(\frac{K}{\mu}, 0{,}0\right)$ dan $TE_2 = \left(\frac{\gamma+\mu}{\beta}, \frac{K\beta-\gamma\mu-\mu^2}{\beta(\gamma+\mu)}, \frac{\gamma(K\beta-\gamma\mu-\mu^2)}{\beta(\gamma+\mu)}\right)$. Titik keseimbangan bebas penyakit (TE_1) yaitu kondisi yang tidak terdapat individu *infectious* dalam populasi. Titik keseimbangan $TE_1 = \left(\frac{K}{\mu}, 0{,}0\right)$ memiliki sistem yang stabil asimptotik karena seluruh bagian dari nilai eigen bernilai positif. Nilai dari $R_0 = 0.915032681$ sehingga $R_0 < 1$ yang artinya titik keseimbangan bebas penyakit kanker serviks atau penyakit kanker serviks akan hilang. Titik keseimbangan (TE_2), yaitu kondisi terdapat individu *infectious* dalam populasi.

$TE_2 = \left(\frac{\gamma+\mu}{\beta}, \frac{K\beta-\gamma\mu-\mu^2}{\beta(\gamma+\mu)}, \frac{\gamma(K\beta-\gamma\mu-\mu^2)}{\beta(\gamma+\mu)}\right)$ dapat dikatakan titik keseimbangan epidemik karena titik keseimbangan (TE_2) memiliki sistem yang tidak stabil, dapat dilihat dari seluruh bagian nilai eigen TE_2 yang bernilai positif, sehingga untuk memodelkan penyebaran penyakit kanker serviks di Kota Palopo dapat dilihat dari titik keseimbangan TE_1 yang menyatakan bahwa kanker serviks di Kota Palopo akan berangsur-angsur hilang.

REFERENSI

Kasiram, Moh. 2010. *Metodologi penelitian: Kualitatif–Kuantitatif.* UIN-Maliki Press, Malang. ISBN 978-602-958-280-2. Diakses pada tanggal 18 November 2019.

Li, J dan Z. Ma. 2009. *Dynamical Modeling and Analysis of Epidemics. World Scientific Publishing*, Singapore. Diakses pada tanggal 05 November 2019.

Sari, Ilmiyati dan Hengki Tasman.2014. *Model Epidemik SIR untuk Penyakit yang Menular Secara Horizontal dan Vertikal*. Prosiding ini disajikan pada Konferensi Nasional Matematika XVII, ITS, Surabaya, 11-14 Juni 2014.

Sulistiowati, Eva dan Anna Maria Sirait. 2014. Pengetahuan tentang Faktor Risiko, Perilaku dan Deteksi Dini Kanker Serviks dengan Inspeksi Visual Asam Asetat (Iva) pada Wanita di Kecamatan Bogor Tengah, Kota Bogor. *Jurnal Kesehatan*. 43(2):193-195.

Ulfah, Ifadatul dan Kuzairi. 2016. Analisis Bifurkasi Terhadap Model Penyakit Kanker Serviks. *Zeta Math Journal* ISSN: 2459-9948 Vol 2 No. 2.